Pengantar Logika Fuzzy

Buku referensi:

- George J Klir and Bo Yuan, *Fuzzy Sets and Fuzzy Logic, Theory and Application*, Prentice Hall, 1995.
- Timothy J. Ross, *Fuzzy Logic with Engineering Application*, Mc Graw-Hill, 1995
- Sri Kusumadewi, Hari Purnomo, *Aplikasi Logika Fuzzy untuk Pendukung Keputusan*, Graha Ilmu

Pendahuluan

- Logika *fuzzy* pertama kali dikembangkan oleh Lotfi A. Zadeh melalui tulisannya pada tahun 1965 tentang teori himpunan *fuzzy*.

- Lotfi Asker Zadeh adalah seorang ilmuwan Amerika Serikat berkebangsaan Iran dari Universitas California di Barkeley,

- Meskipun logika *fuzzy* dikembangkan di Amerika, namun ia lebih populer dan banyak diaplikasikan secara luas oleh praktisi Jepang dengan mengadaptasikannya ke bidang kendali (*control*).
- Saat ini banyak dijual produk elektronik buatan Jepang yang menerapkan prinsip logika *fuzzy*, seperti mesin cuci, AC, dan lain-lain.
- *Fuzzy logic* sudah diterapkan pada banyak bidang, mulai dari teori kendali hingga inteligensia buatan.

- Mengapa logika *fuzzy* yang ditemukan di Amerika malah lebih banyak ditemukan aplikasinya di negara Jepang?

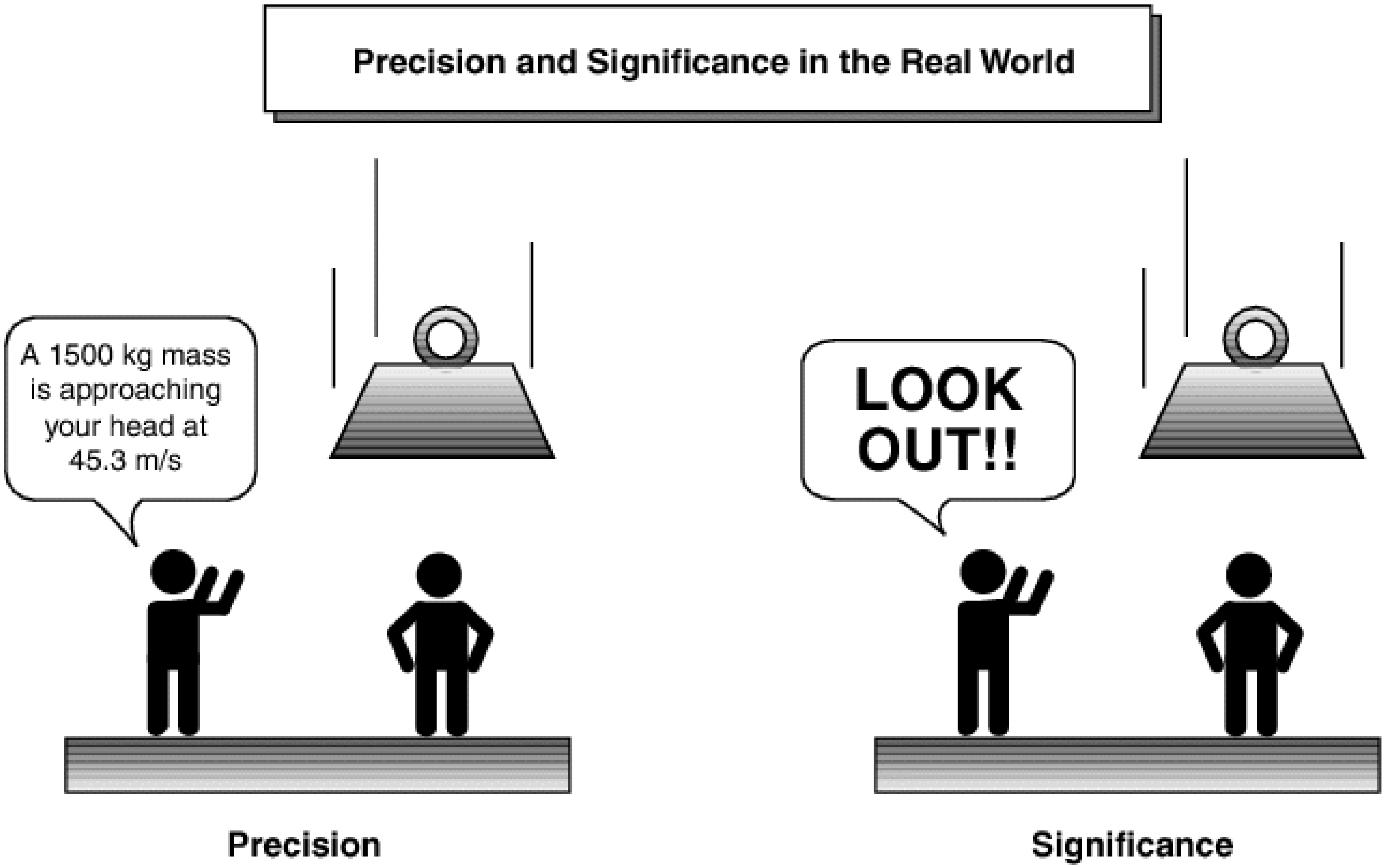
- Salah satu penjelasannya: kultur orang Barat yang cenderung memandang suatu persoalan sebagai hitam-putih, ya-tidak, bersalah-tidak bersalah, sukses-gagal, atau yang setara dengan dunia logika biner Aristoteles,

- sedangkan kultur orang Timur lebih dapat menerima dunia "abu-abu" atau *fuzzy*.

- Logika *fuzzy* umumnya diterapkan pada masalah-masalah yang mengandung unsur ketidakpastian (*uncertainty*), ketidaktepatan (*imprecise*), *noisy*, dan sebagainya.

- Logika *fuzzy* menjembatani bahasa mesin yang presisi dengan bahasa manusia yang menekankan pada makna atau arti (*significance*).

- Logika fuzzy dikembangkan berdasarkan bahasa manusia (bahasa alami)


Precision and Significance in the Real World
A 1500 kg mass is approaching your head at 45.3 m/s
LOOK OUT!!
Precision
Significance

- “Professor Zadeh reasoned that people do not require precise, numerical information input, and yet they are capable of highly adaptive control. If feedback controllers could be programmed to accept noisy, imprecise input, they would be much more effective and perhaps easier to implement” (Sumber: http://urtechfriend-paperpresentations5.blogspot.com/p/neural-networks-fuzzy-logic.html).

- *As complexity rises, precise statements lose meaningful and meaningful statements lose precision* (Lutfi A. Zadeh)

Contoh-contoh masalah yang mengandung ketidakpastian:

Contoh 1: Seseorang dikatakan “tinggi” jika tinggi badannya lebih dari 1,7 meter.

Bagaimana dengan orang yang mempunyai tinggi badan 1,6999 meter atau 1,65 meter, apakah termasuk kategori orang tinggi?

Menurut persepsi manusia, orang yang mempunyai tinggi badan sekitar 1,7 meter dikatakan “kurang lebih tinggi” atau “agak tinggi”.

Contoh 2: Kecepatan “pelan” didefinisikan di bawah 20 km/jam.

Bagaimana dengan kecepatan 20,001 km/jam, apakah masih dapat dikatakan pelan?

Manusia mungkin mengatakan bahwa kecepatan 20,001 km/jam itu “agak pelan”.

- Ketidapastian dalam kasus –kasus ini disebabkan oleh kaburnya pengertian “agak”, “kurang lebih”, “sedikit”, dan sebagainya .

Himpunan Fuzzy

- Logika *fuzzy* dikembangkan dari teori himpunan *fuzzy*.
- Himpunan klasik yang sudah dipelajari selama ini disebut **himpunan tegas** (*crisp set*).
- Di dalam himpunan tegas, keanggotaan suatu unsur di dalam himpunan dinyatakan secara tegas, apakah objek tersebut anggota himpunan atau bukan.
- Untuk sembarang himpunan *A*, sebuah unsur *x* adalah anggota himpunan apabila *x* terdapat atau terdefinisi di dalam *A*.

  Contoh: $A = \{0, 4, 7, 8, 11\}$, maka $7 \in A$, tetapi $5 \notin A$.
-

- **Fungsi karakteristik,** dilambangkan dengan χ, mendefinisikan apakah suatu unsur dari semesta pembicaraan merupakan anggota suatu himpunan atau bukan:

$$\chi_A(x) = \begin{cases} 1 & , x \in A \\ 0 & , x \notin A \end{cases}$$

- **Contoh 3.**

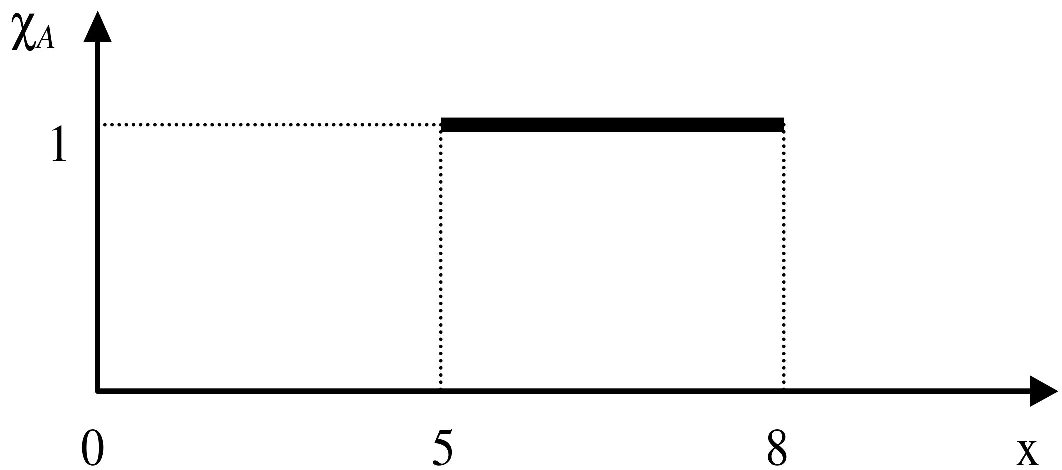
  Misalkan X = {1, 2, 3, 4, 5, 6} dan $A \subseteq X$, yang dalam hal ini A = {1, 2, 5}. Kita menyatakan A sebagai

  A = {(1,1), (2,1), (3,0), (4,0), (5,1), (6,0) }

  Keterangan: (2,1) berarti $\chi_A(2) = 1$; (4,0) berarti $\chi_A(4) = 0$,

- **Contoh 4**: Misalkan $X = \{ x \mid 0 \le x \le 10, x \in \text{R} \}$. Misalkan $A \subseteq X$, dan $A = \{x \mid 5 \le x \le 8, x \in \text{R} \}$. Maka, kita dapat menyatakan bahwa

  $\chi_A(6) = 0$; $\chi_A(4,8) = 0$; $\chi_A(7) = 1$; $\chi_A(8,654) = 1$



Gambar 1 Grafik fungsi karakteristik $A = \{ x \mid 5 \le x \le 8, x \in \mathbf{R} \}$

- Sekarang, tinjau V = himpunan kecepatan pelan (yaitu $v \leq 20$ km/jam).

- Apakah kecepatan v = 20,01 km/jam termasuk ke dalam himpunan kecepatan pelan?

- Menurut himpunan tegas, 20,01 km/jam $\notin V$, tetapi menurut himpunan *fuzzy*, 20,01 km/jam tidak ditolak ke dalam himpunan V, tetapi *diturunkan derajat keanggotaannya*.

- Di dalam teori himpunan *fuzzy*, keanggotaan suatu elemen di dalam himpunan dinyatakan dengan **derajat keanggotaan** (*membership values*) yang nilainya terletak di dalam selang [0, 1].

  Derajat keanggotaan ditentukan dengan **fungsi keanggotaan**:

  $$\mu_A : X \rightarrow [0, 1]$$

  bandingkan fungsi keanggotaan pada teori himpunan tegas:

  $$\chi_A : X \rightarrow \{0, 1\}$$

Arti derajat keanggotaan:

- jika $\mu_A(x) = 1$, maka x adalah anggota penuh dari himpunan A
- jika $\mu_A(x) = 0$, maka x bukan anggota himpunan A
- jika $\mu_A(x) = \mu$, dengan $0 < \mu < 1$, maka x adalah anggota himpunan A dengan derajat keanggotaan sebesar μ.

Cara-Cara Menuliskan Himpunan *Fuzzy:*

- *Cara 1*: Sebagai himpunan pasangan berurutan

  A = { (x_1, $\mu_A(x_1)$), (x_2, $\mu_A(x_2)$), …, (x_n, $\mu_A(x_n)$) }

Contoh 5. Misalkan

X = { becak, sepeda motor, mobil kodok(VW), mobil kijang, mobil *carry* }

A = himpunan kendaraan yang nyaman dipakai untuk bepergian jarak jauh oleh keluarga besar (terdiri dari ayah, ibu, dan empat orang anak)

Didefinisikan bahwa,

x_1 = becak, $\mu_A(x_1) = 0$; x_2 = sepeda motor, $\mu_A(x_2) = 0.1$

x_3 = mobil kodokbecak, $\mu_A(x_3) = 0.5$; x_4 = mobil kijang, $\mu_A(x_4) = 1.0$

x_5 = mobil *carry*, $\mu_A(x_5) = 0.8$;

maka, dalam himpunan *fuzzy*,

A = { (becak, 0), (sepeda motor, 0.1), (mobil kodok, 0.5), (mobil kijang, 0.5), (mobil carry, 0.8) }

- *Cara 2*: Dinyatakan dengan menyebut fungsi keanggotaan.
- Cara ini digunakan bila anggota himpunan *fuzzy* bernilai menerus (riil).

Contoh 6. Misalkan

A = himpunan bilangan riil yang *dekat* dengan 2

maka, dalam himpunan *fuzzy*,

$A = \{(x, \mu(x)) \mid \mu(x) = 1/(1 + (x - 2)^2)\}$

Cara 3: Dengan menuliskan sebagai

$$A = \{\ \mu_A(x_1)/x_1 + \mu_A(x_2)/x_2 + \ldots + \mu_A(x_n)/x_n\ \} = \{\ \sum_{i=1}^{n} \mu_A(x_i)/x_i\ \}$$

untuk X diskrit, atau

$$\mathrm{A} = \{\ \int_X \mu_A(x)/x\ \}$$

untuk X menerus (*continue*).

- **Contoh 7.**

  (i) diskrit

  X = himpunan bilangan bulat positif

  A = bilangan bulat yang dekat 10

  $= \{ 0.1/7 + 0.5/8 + 1.0/10, 0.8/11 + 0.5/12 + 0.1/13 \}$

  (ii) menerus

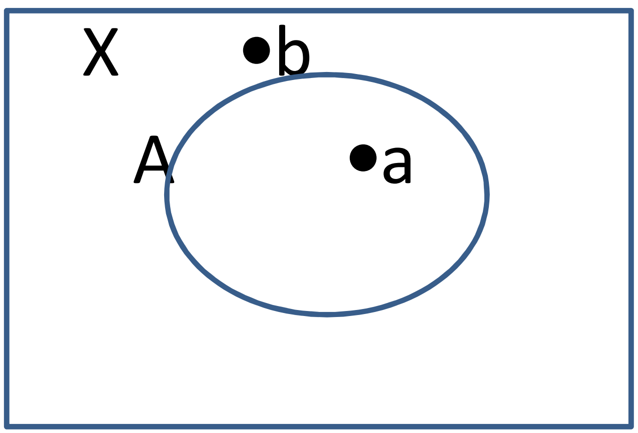
  X = himpunan bilangan riil positif

  A = bilangan riil yang dekat 10

  $= \int 1/(1 + (x - 10)^2 / x$

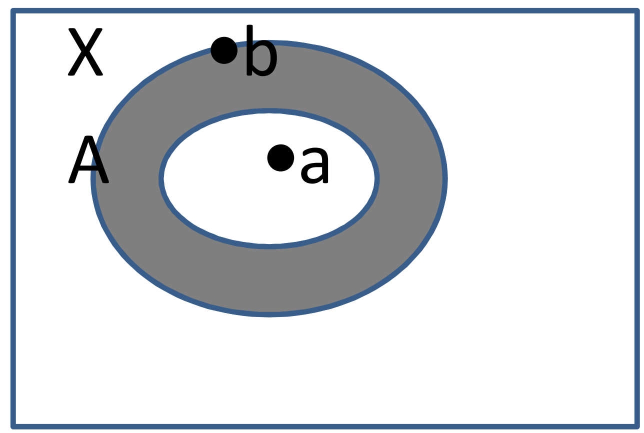
Perbandingan *Crisp Set* dan *Fuzzy Set*

- Pada crisp set → batas-batas himpunan tegas
- Pada fuzzt set → batas-batas himpunan kabur



Crisp Set

$b \notin A$



Fuzzy Set

$b \in A$ dengan $\mu_A(b) = \mu$

Himpunan fuzzy mempunyai dua atribut:

1. Lingusitik: penamaan grup yang mewakili kondisi dengan menggunakan bahasa alami

   Contoh: PANAS, DINGIN, TUA, MUDA, PELAN, dsb

2. Numerik: nilai yang menunjukkan ukuran variabel *fuzzy*

   Contoh: 35, 78, 112, 0, -12, dsb

Komponen-komponen sistem *fuzzy*:

1. Variabel *fuzzy*

   Contoh: umur, kecepatan, temperatur, dsb

2. Himpunan *fuzzy*

   Grup yang mewakili kondisi tertentu dalam suatu variabel *fuzzy*

   Contoh: Variabel temperatur air dibagi menjadi 3 himpunan *fuzzy*: PANAS, DINGIN, SEJUK, dsb

3. Semesta pembicaraan

   Keseluruhan nilai yang diperbolehkan untuk dioperasikan dengan variabel *fuzzy*

   Contoh: semesta pembicaraan variabel umur adalah $[0, \infty]$

4. Domain

   Keseluruhan nilai yang diperbolehkan untuk doperasikan dalam suatu himpunan *fuzzy*

   Contoh: DINGIN = [0, 15]

   MUDA = [0, 35]

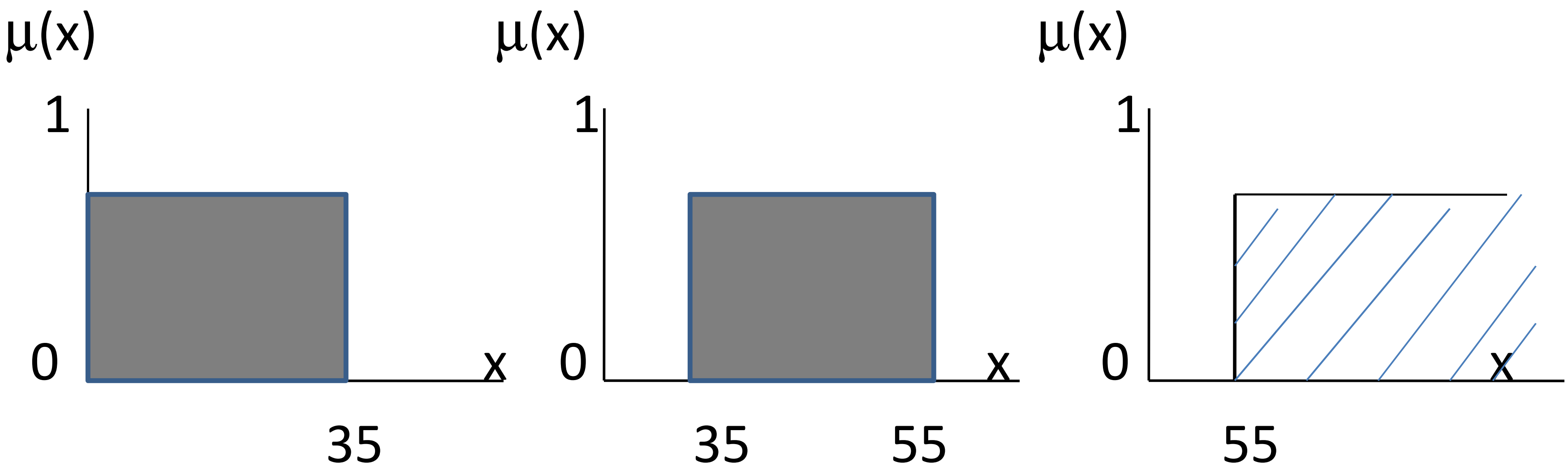
- **Contoh 8**: Misalkan variabel umur dibagi menjadi 3 kategori

  MUDA : umur < 35 tahun

  PARUHBAYA : 35 $\leq$ umur $\leq$ 55 tahun

  TUA : umur > 55 tahun

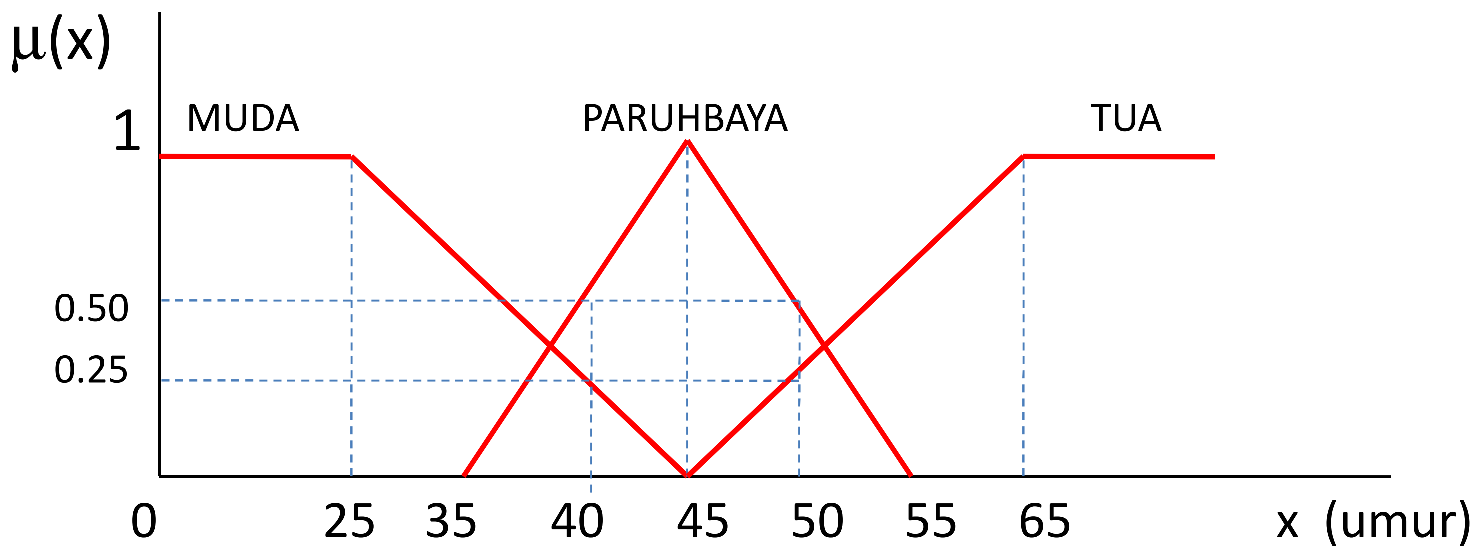
<u>Crisp Set</u>



Jika x = 34 tahun → $\mu_{MUDA}(x) = 1$

Jika x = 35,5 tahun → $\mu_{MUDA}(x) = 0$ → Tidak muda

Fuzzy Set



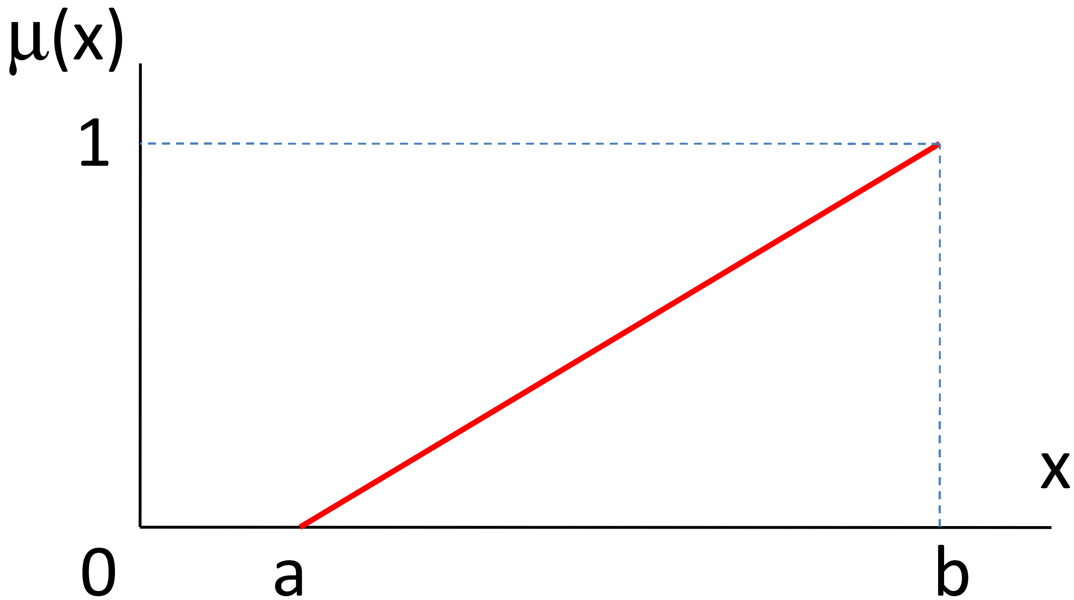
Jika x = 40 → $\mu_{MUDA}(x) = 0.25$, $\mu_{PARUHBAYA}(x) = 0.50$, $\mu_{TUA}(x) = 0$

Jika x = 50 → $\mu_{MUDA}(x) = 0$, $\mu_{PARUHBAYA}(x) = 0.50$, $\mu_{TUA}(x) = 0.25$

FUZZY SET LEBIH ADIL!

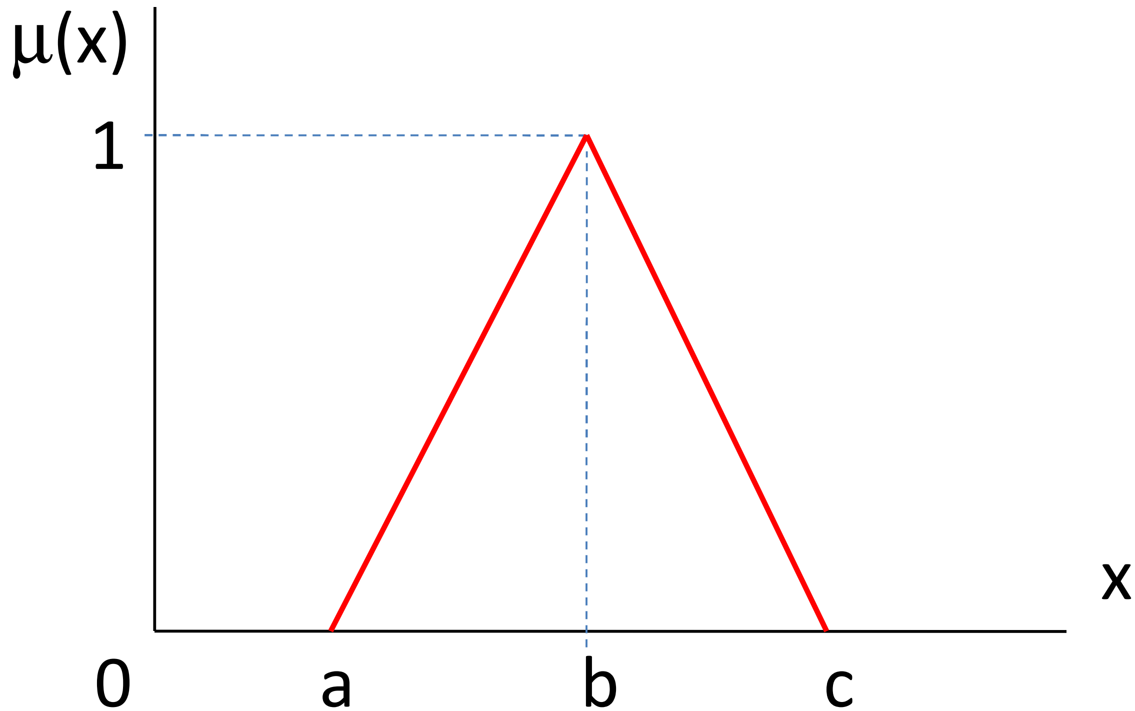
Fungsi Keanggotaan

1. Linier



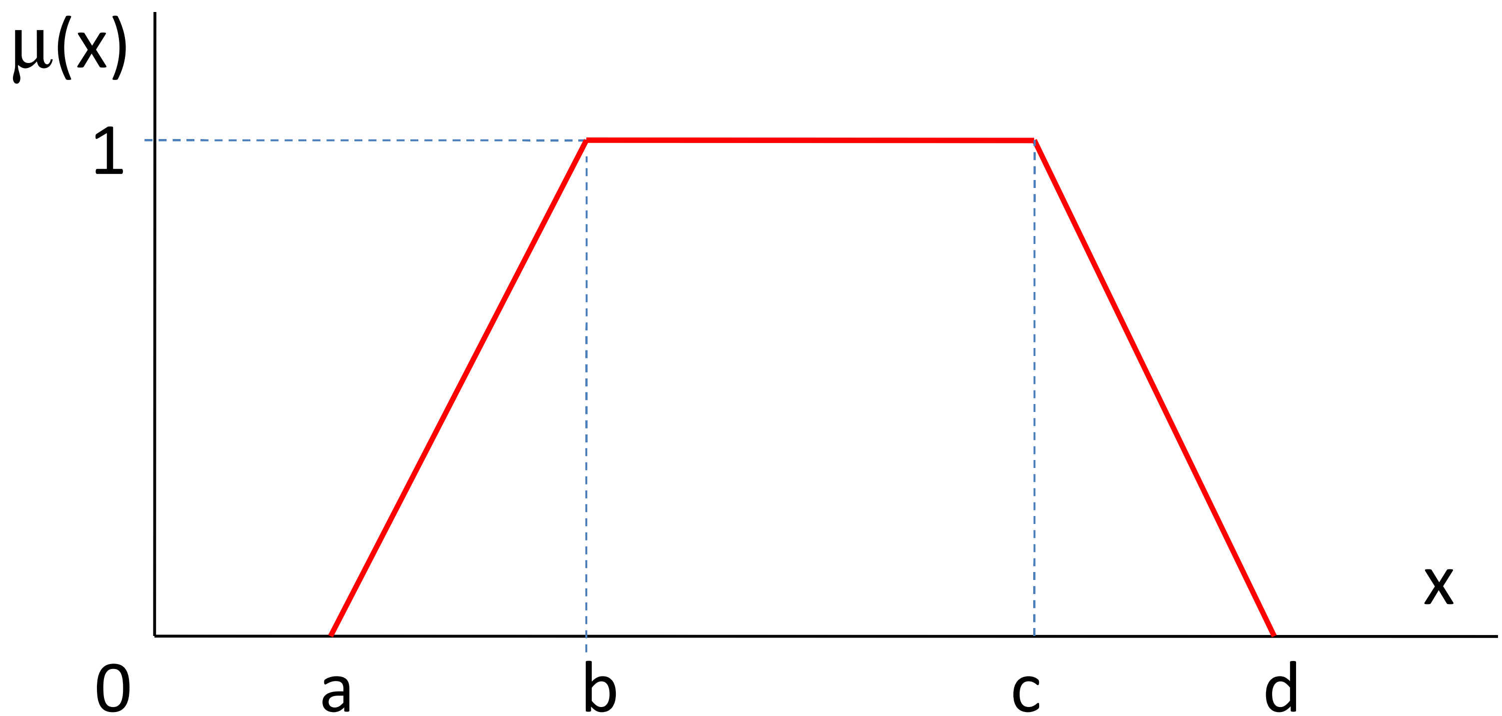
$$\mu(x) = \begin{cases} 0; & x \le a \\ (x-a)/(b-a); & a \le x \le b \\ 1; & x \ge b \end{cases}$$

2. Segitiga



$$\mu(x)=\begin{cases} 0; & x \le a \text{ atau } x \ge c \\ (x-a)/(b-a); & a \le x \le b \\ (b-x)/c-b; & b \le x \le c \end{cases}$$

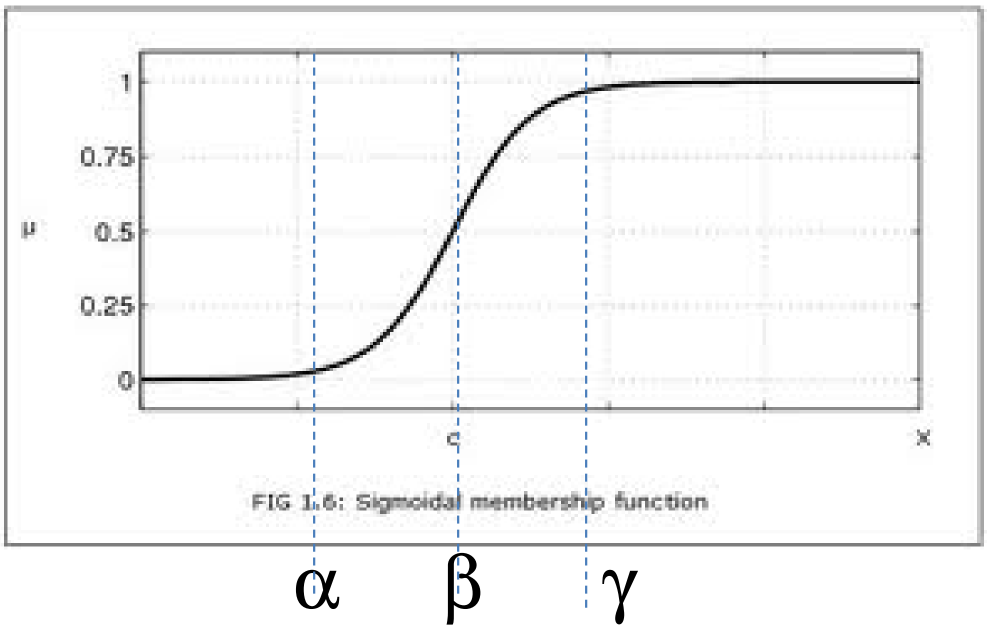
3. Trapesium



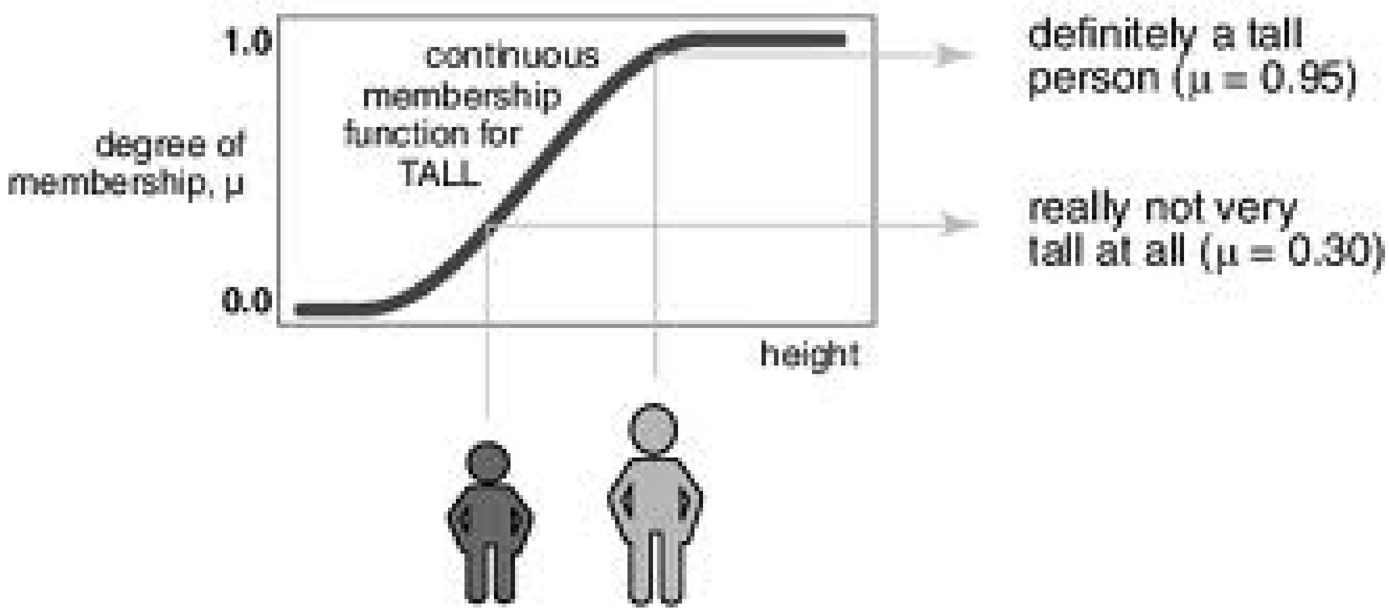
$$\mu(x) = \begin{cases} 0; & x \le a \ \text{atau} \ x \ge d \\ (x-a)/(b-a); & a \le x \le b \\ 1; & b \le x \le c \\ (d-x)/(d-c); & x \ge d \end{cases}$$

4. Kurva S

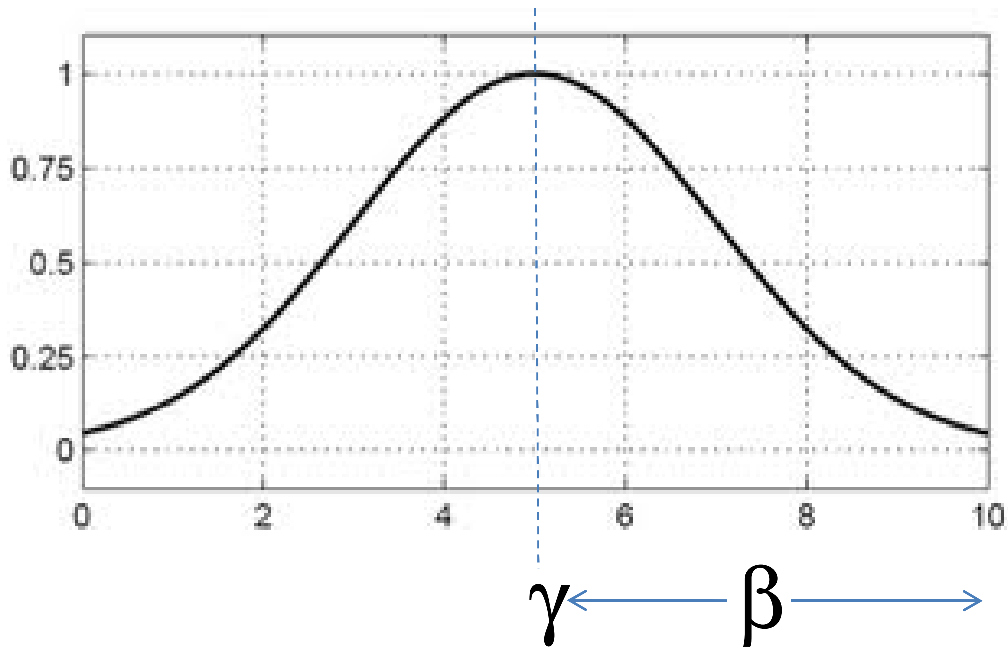
S = sigmoid. Mencerminkan kenaikan dan penurunan secara tidak linier



$$S(x;\alpha,\beta,\gamma)=\begin{cases} 0; & x \le \alpha \\ 2(x-\alpha)/(\gamma-\alpha)^2; & \alpha \le x \le \beta \\ 1-2((\gamma-x)/(\gamma-\alpha))^2; & \beta \le x \le \gamma \\ 1; & x \ge \gamma \end{cases}$$


1.0
0.0
degree of
membership, μ
continuous
membership
function for
TALL
height
definitely a tall
person (μ = 0.95)
really not very
tall at all (μ = 0.30)

5. Kurva lonceng



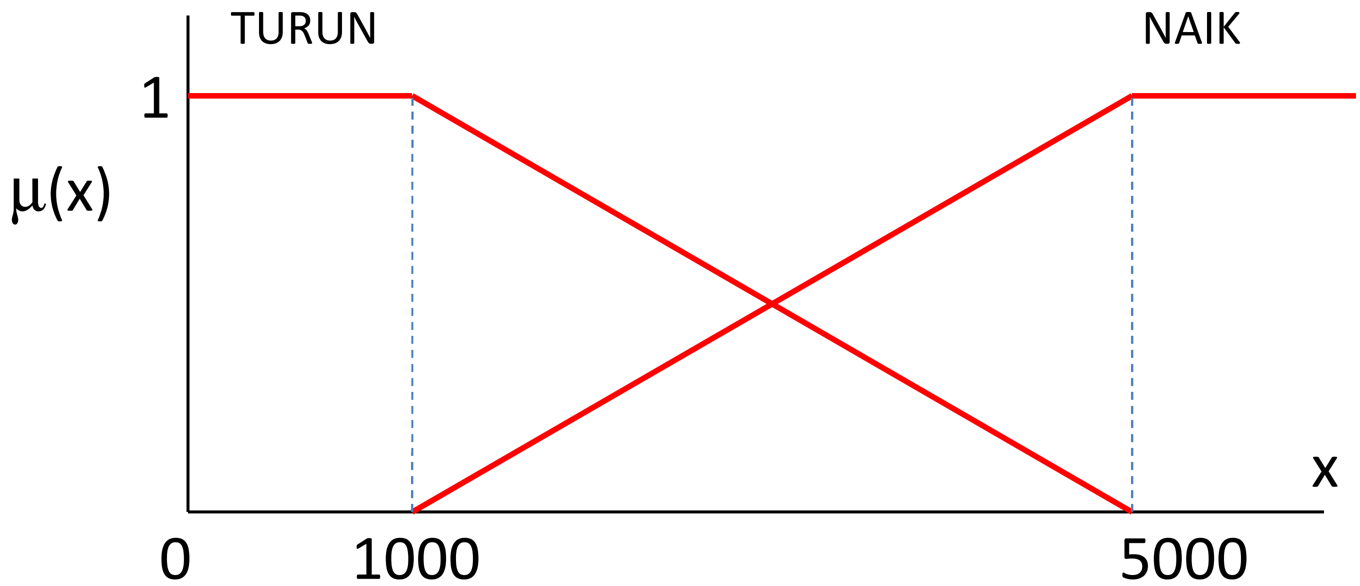
$$G(x,\beta,\gamma)=\begin{cases} S(x;\gamma-\beta,\gamma-\beta/2,\gamma); & x\le\gamma \\ 1-S(x;\gamma,\gamma+\beta/2,\gamma+\beta); & x>\gamma \end{cases}$$

- **Contoh persoalan**: Sebuah pabrik memproduksi sepatu setiap hari. Permintaan sepatu dari distributor tidak tentu, kadang **naik** dan kadang **turun**. Permintaan tertinggi pernah mencapai 5000 pasang/hari, dan permintaan terkecil 1000 pasang/hari. Persediaan sepatu di gudang juga bervariasi. Paling **banyak** mencapai 600 pasang/hari, dan **sedikitnya** mencapai 100 pasang/hari.

  Gambarkan fungsi keanggotaan yang cocok untuk permintaan dan persediaan sepatu.

- Variabel *fuzzy*: permintaan dan persediaan

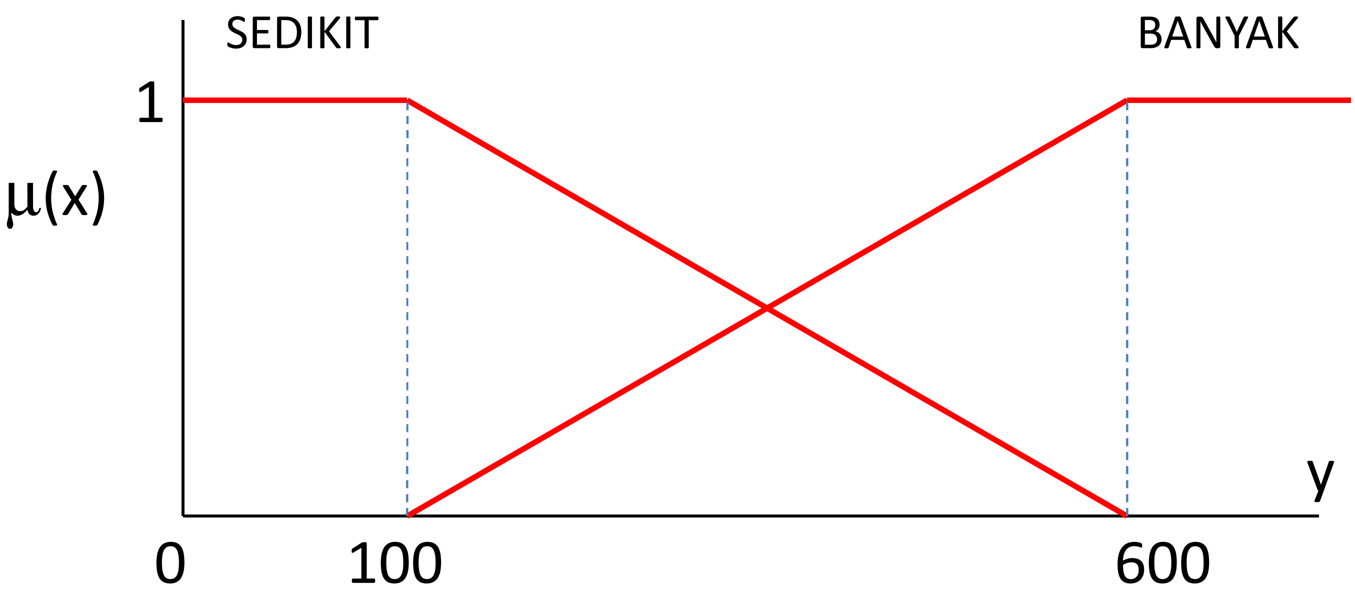
- Permintaan → ada 2 himpunan fuzzy: NAIK dan TURUN



$$\mu_{TURUN}(x) = \begin{cases} 1; & x \le 1000 \\ \dfrac{5000 - x}{4000}; & 1000 \le x \le 5000 \\ 0; & x \ge 5000 \end{cases}$$

$$\mu_{NAIK}(x) = \begin{cases} 0; & x \le 1000 \\ \dfrac{x - 1000}{4000}; & 1000 \le x \le 5000 \\ 1; & x \ge 5000 \end{cases}$$

- Persediaan → ada 2 himpunan fuzzy: BANYAK dan SEDIKIT



$$\mu_{SEDIKIT}(y)=\begin{cases}1; & y\le 100\\ \dfrac{600-y}{500}; & 100\le y\le 600\\ 0; & y\ge 600\end{cases}$$

$$\mu_{BANYAK}(y)=\begin{cases}0; & y\le 100\\ \dfrac{y-100}{500}; & 100\le y\le 600\\ 1; & y\ge 600\end{cases}$$

- Jika permintaan = 4000 pasang sepatu, maka

$$\mu_{NAIK}(4000) = \frac{4000 - 1000}{4000} = 0.75$$

$$\mu_{TURUN}(4000) = \frac{5000 - 4000}{4000} = 0.25$$